

@racheli.math
7

571/581 תשפ"א
2024 תשפ"ד - תשפ"ה

(המשפט) כלל האינטגרציה

כלל האינטגרציה

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$$

$$\int kx^n dx = k \cdot \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$$

$$\int kx dx = kx + C$$

כלל האינטגרציה (המשפט)

$$\int (mx+b)^n dx = \frac{1}{m} \cdot \frac{(mx+b)^{n+1}}{n+1} + C$$

כלל האינטגרציה (המשפט)

$$\int \frac{1}{x^n} dx = \int x^{-n} dx = \frac{x^{-n+1}}{-n+1} + C$$

כלל האינטגרציה (המשפט)

$$\int \frac{1}{(mx+b)^n} dx = \int (mx+b)^{-n} dx = \frac{1}{m} \cdot \frac{(mx+b)^{-n+1}}{-n+1} + C$$

כלל האינטגרציה (המשפט)

$$\int f'(x) \cdot f(x)^n dx = \frac{[f(x)]^{n+1}}{n+1} + C$$
$$\int \frac{f'(x)}{[f(x)]^n} dx = \int f'(x) \cdot [f(x)]^{-n} = \frac{f(x)^{-n+1}}{-n+1} + C$$

התרגיל של שני השבועות הבאים -
 יורד במהירות - נשאל מה התוצאה
 של פונקציה נגזרת - סמכות פונקציה
 (קבוצה) - רשומה בהמשך.

רשומה לביצוע התרגילים

1) $\int 1 dx = x + c$

2) $\int x dx = \frac{x^2}{2} + c$

3) $\int -6x^3 dx = -6 \cdot \frac{x^4}{4} + c$

4) $\int (7x+3)^3 dx = \frac{1}{7} \cdot \frac{(7x+3)^4}{4} + c$
 תוצאה מוכנה

5) $\int \frac{1}{x^3} dx = \int x^{-3} dx = \frac{x^{-2}}{-2} + c$
 $= -\frac{1}{2x^2} + c$ אם פתאום אתה רואה

$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

תוצאה מוכנה! חוקי חזקות

6) $\int \frac{7}{x^3} dx = \int 7 \cdot x^{-3} dx = 7 \cdot \frac{x^{-2}}{-2} + c$

7) $\int \frac{1}{(7x+3)^3} dx = \int (7x+3)^{-3} dx = \frac{1}{7} \cdot \frac{(7x+3)^{-2}}{-2} + c$
 תוצאה מוכנה

8) $\int \frac{10}{(7x+3)^3} dx = 10 \cdot \frac{1}{7} \cdot \frac{(7x+3)^{-2}}{-2} + c$
 תוצאה מוכנה

@ rachel: math

(2)

פונקציה של $f(x)$ נקראת פונקציה
 גורמת להגדלת הפונקציה $f(x)$

$$\int f'(x) \cdot [f(x)]^n dx = \frac{[f(x)]^{n+1}}{n+1} + C \quad \textcircled{I}$$

נכנס

$$\textcircled{E} \int \underbrace{6x^5}_{\substack{\text{גורמת} \\ \text{לגדולת } f(x)}} \cdot (x^6+3)^3 dx = \frac{(x^6+3)^4}{4} + C$$

$$\textcircled{2} \int x^5 (x^6+3)^3 dx = \int \underbrace{6 \cdot \frac{1}{6} \cdot x^5}_{\substack{\text{גורמת} \\ \text{לגדולת } f(x)}} \cdot (x^6+3)^3 dx$$

$$\boxed{= \frac{1}{6} \cdot \frac{(x^6+3)^4}{4} + C}$$

$\frac{1}{6} \cdot 6$ פשוט

$$\boxed{\int \frac{f'(x)}{[f(x)]^n} dx} = \int f'(x) f(x)^{-n} dx \quad \textcircled{II}$$

$$= \frac{f(x)^{-n+1}}{-n+1}$$

$$\textcircled{E} \int \frac{6x^5}{(x^6+3)^3} dx = \int \underbrace{6x^5}_{\substack{\text{גורמת} \\ \text{לגדולת } f(x)}} \cdot (x^6+3)^{-3} dx = \frac{(x^6+3)^{-2}}{-2} + C$$

נכנס

② $\int \frac{-x^5}{(x^6+3)^3} dx = \int \frac{-\cancel{6} \cdot x^5}{(x^6+3)^3} dx =$

החלטה הפנימי
חברתנו 6
אנו נוסף 6.1/6

$\rightarrow \int -\frac{1}{6} \cdot \underbrace{6 \cdot X^5}_{\substack{\text{הנגזרת} \\ \text{הפנימי}}} \cdot (X^6+3)^{-3} dx = -\frac{1}{6} \cdot \frac{(X^6+3)^{-2}}{-2} + C$
 $= \frac{1}{12(X^6+3)^2} + C$

$$\int_{-2}^0 x dx = \frac{x^2}{2} \Big|_{-2}^0 = 0 - \frac{(-2)^2}{2} = -2$$

לחג האביב

ח' צ' נ' כ'
א' ג' ה' ו'
ז' ט' י' י'

חיים נח
ספר חיים

מציאת
פונקציה
קדומה

~~271~~
271
271

توافق
توافق
توافق

פולחן
צבירה
פולחן
השבתה

תשובה! אסור תשובה
אסור

@ racheli.math

3

חישבו שטחים

שטח S = $\int_{\text{גבול תחת}}^{\text{גבול עליון}} [f(x) - g(x)] dx$

אם יש פונקציה אחת מעל השנייה, אז השטח הוא הפער ביניהן.
אם יש פונקציה אחת מעל השנייה, אז השטח הוא הפער ביניהן.

א) שטח = $\int_a^b f'(x) dx = f(x) \Big|_a^b = f(b) - f(a)$

ב) שטח = $\int_a^b f'(x) f(x) dx = \frac{f^2(x)}{2} \Big|_a^b = \frac{f^2(b)}{2} - \frac{f^2(a)}{2}$

ג) שטח = $\int_a^b f'(x) f^n(x) dx = \frac{f^{n+1}(x)}{n+1} \Big|_a^b = \frac{[f(b)]^{n+1}}{n+1} - \frac{[f(a)]^{n+1}}{n+1}$

ד) שטח = $\int_a^b f''(x) dx = f'(x) \Big|_a^b = f'(b) - f'(a)$

שטח בין שתי פונקציות = שטח בין פונקציה אחת לשנייה

הפונקציה $f(x)$ פונקציה קובית

שדה נכונה הפונקציה

$$f'(x) = \frac{4}{(x+1)^2} - \frac{4}{(x-1)^2}$$

הפונקציה $f(x)$, $f'(x)$ נמצאת

היא נמצאת. היחס $y = -1$ הוא נקודה קבועה.

היא נמצאת $f(x)$.

פונקציה:

$$f(x) = \int f'(x) dx$$

$$f(x) = \int \frac{4}{(x+1)^2} - \frac{4}{(x-1)^2} dx$$

$$f(x) = \int 4 \cdot (x+1)^{-2} - 4 \cdot (x-1)^{-2} dx$$

$$f(x) = 4 \cdot \frac{(x+1)^{-1}}{-1} - \frac{4 \cdot (x-1)^{-1}}{-1} + C$$

$$f(x) = \frac{-4}{x+1} + \frac{4}{x-1} + C$$

הנני: $y = 1$ נקודה קבועה $C = -1$
 היחס: $x \rightarrow \pm \infty$ היחס $\frac{4}{x-1}$, $\frac{-4}{x+1}$
 שטחים 0 ו- ∞ נקודה קבועה C קבועה
 הנקודה קבועה C קבועה.

הנקודה קבועה

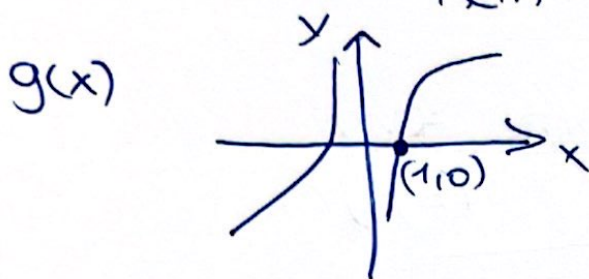
$$f(x) = \frac{-4}{x+1} + \frac{4}{x-1} - 1$$

אמצע דמיון הממדים (ההבדל)
 בין חיסוב שטח דמיון חיסוב דמיון
 (סוגי - סוגי) (סוגי - סוגי)

השאלה: הפונקציה: $f(x) = 3x + \frac{3}{x}$

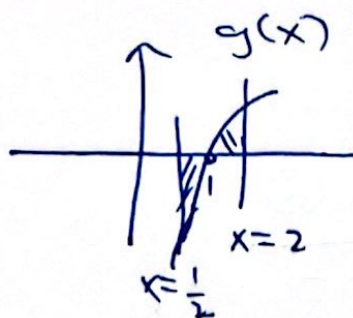
(נתון כי $g(x) = f'(x) \cdot f(x)$ (כאן $f'(x)$ הוא)

(נתון כי $g(x)$ הוא:



(א) חשבו את השטח המוגדר בין $g(x)$ ו-3, x (הישרים $x = \frac{1}{2}$, $x = 2$)

(ב) נתון $1 < a$ הוא פונקציה חסומה. $\int_{\frac{1}{a}}^a g(x) dx$



פתרון: (א) חיסוב שטח
 חיסוב שטח

$$S = \int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{f'(x) \cdot f(x)}{g(x)} dx + \int_1^2 \frac{f(x) \cdot f'(x) - 0}{g(x)} dx$$

$$S = -\frac{[f(x)]^2}{2} \Big|_{\frac{1}{2}}^1 + \frac{[f(x)]^2}{2} \Big|_1^2$$

השטח

@ rachel.math

(5)

$$\int = \frac{[f(x)]^2}{2} \Big|_{\frac{1}{a}}^a$$

$$\int = \frac{[f(a)]^2}{2} - \frac{[f(\frac{1}{a})]^2}{2}$$

$$f(x) = 3x + \frac{3}{x}$$

(3, 1) (1, 3)

$$\int = \frac{(3a + \frac{3}{a})^2}{2} - \frac{(\frac{3}{a} + 3a)^2}{2}$$

$$\int_{\frac{1}{a}}^a g(x) dx = 0$$

פונקציה הצטברה לפונקציית אינטגרל

$$H(x) = \int_a^x f(t) dt$$

$H(x)$ היא פונקציית (שטח) (ב- x).

(תרגיל פונקציה הצטברה של f בקטע $[a, x]$). $H(x)$ היא פונקציית האינטגרל.

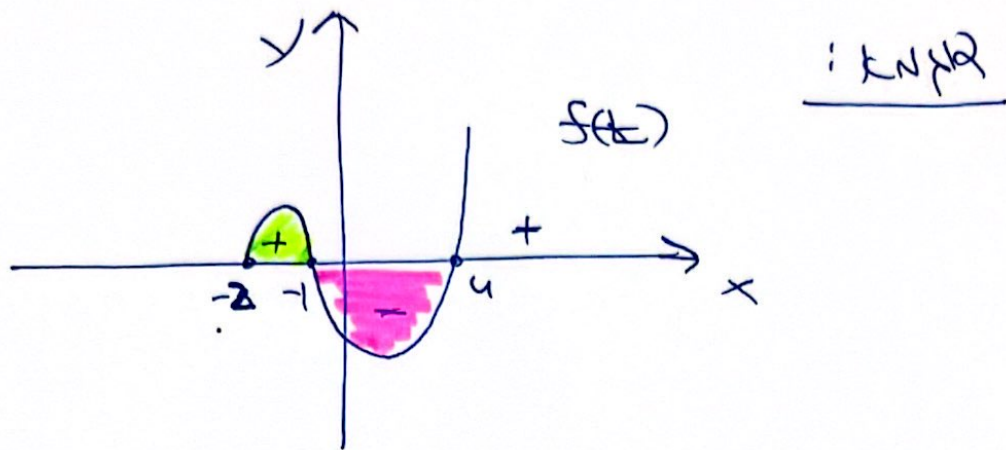
מתקיים! $H(a) = 0$. הסבר: $\int_a^a f(t) dt = 0$ לא צריך שום ערך

$H(x)$ צברה ערכים חיוביים (שטחים) חסרי הנדסה מוחלטת (עליון) כאשר f (אילו הנדסה) מילוי צייר - x ככל ש- x גדול.

$H(x)$ תצבר ערכים שליליים (שטחים) ~~לעיל~~ לעיל נמדדו (מינוס) השטח הנדסה כאשר הצייר f מתחת לציר x .

כאשר $f(t)$ חוזרת אל ציר x ומשנה סימנה גלילי לחיובי פונקציית $H(x)$ תתחיל להיחלש.

כאשר $f(t)$ חוזרת אל ציר x ומשנה סימנה מחיובי לשלילי פונקציית $H(x)$ תתחיל להיחלש.



(*) כאשר $-2 \leq x \leq -1$ הפונקציה $H(x) = \int_{-2}^x f(t) dx$

נתנה ערכים החבים והגדלים

(צונטר ערכים חיוביים השונים השלם
הנצטר של x). ככל ש-x גדל השלם גדל.
התחיל לה

(*) כאשר $-1 \leq x \leq 4$ של $f(t)$ מתחיל
לצט x. כל ש-x גדל אנתן צנטר
ערכים ששוים לחיוביים השלם, ערכים
שלחיים.

(*) $x = 4$ היא נק' min של $H(x)$
(הנצטר ערכה משלם לחיוביים)

(*) $x = -1$ היא נק' max של $H(x)$
(הנצטר ערכה מחיוביים השלם)

(*) כאשר $f(t)$ שלם $H(x)$ בורחה
(*) כאשר $f(t)$ חיוביים הפונקציה $H(x)$ קטלה.

בהנצטר